8. Hamilton-kör, feltételek

**Def**: A G gráf Hamilton-köre (Hamilton-útja) a G olyan köre (útja), ami G minden csúcsát tartalmazza.

**Megj:** Nincs szükséges **és**  elégségel feltétel a Hamilton körök meghatározására.

**Szükséges feltételek:**

1. Ha a G gráfnak van Hamilton-köre, akkor bármely nemüres U ⊆ V (G) esetén G − U komponenseinek száma legfeljebb |U |.
2. Ha a G gráfnak van Hamilton-útja, akkor bármely U ⊆ V (G) esetén G − U komponenseinek száma legfeljebb |U | + 1.
3. A fenti feltétel szerint k csúcs törlésétől a gráf legfeljebb k (ill. k + 1) komponensre eshet szét. Ez feltétlenül szükséges ahhoz, hogy G-nek legyen Hamilton-köre (ill. útja). Csupán abból, hogy G-re teljesül ez a feltétel, nem következik, hogy G-nek csakugyan van Hamilton-köre (vagy útja). Ám ha a szükséges feltétel nem teljesül egy G gráfra, az azonnal cáfolja G-ben a Hamilton-kör (ill. -út) létezését. Ha pl. egy gráf 42 csúcs törlése nyomán 43 komponensre esik szét, akkor G-nek bizonyosan nincs Hamilton-köre. Ha pedig ez a komponensszám legalább 44, akkor afelől is biztosak lehetünk, hogy G-nek még Hamilton-útja sincs.

**Biz**: G-re tekinthetjük úgy, mint egy körre (ill. útra), amihez további éleket adunk hozzá. Könnyű látni, hogy egy kör (ill. út) k pont elhagyásától legfeljebb k (ill. k + 1) komponensre eshet szét. A további élek (amit a körhöz ill. úthoz adunk G felépítéséhez) az ÉlHaL miatt csak csökkenteni tudják a komponensek számát, növelni nem. Ezért G-ből k csúcsot törölve legfeljebb k (ill. k + 1) komponens keletkezhet.

**Def:** Peterson gráf: teljesül a szükséges feltétel de nincs Hamilton köre

**Elégséges feltételek:**

1. Dirac-feltétel, ha d(v) ≥ n/2 ∀v ∈ V (G)-re ⇒ G-nek van H-köre.
   1. G bármely két csúcsa gazdag párt alkot, ezért G-re teljesül az Ore-feltétel. Az Ore-tétel miatt G-nek van H-köre.
2. Ore-feltétel, ha G bármely két nem szomszédos csúcsa gazdag párt alkot: uv \∈ E ⇒ d(u) + d(v) ≥ n
   1. A hízlalási lemma alapján G bármely két nemszomszédos csúcsát „ingyen” összeköthetjük. Így G Chátal-lezártja â G = Kn teljes gráf. Mivel Kn-nek van H-köre, ezért G-nek is van

**Ore feltétel erősebb.**

**Hízlalási lemma**: Tegyük fel, hogy G egyszerű gráf, és (u, v) gazdag pár. Ekkor (G-nek van Hamilton-köre) ⇐⇒ (G + uv-nek van Hamilton köre). Max behúzott élek gráfja: **Chvátal-lezárt**

**Biz: ⇒:** Világos, hogy ha C a G Hamilton köre, akkor C egyúttal (G + uv)-nek is Hamilton-köre.

A képen szöveg, Betűtípus, képernyőkép látható

Automatikusan generált leírás